

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)****EXERCICE 1 : (5 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$ . On note  $(C_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. (a) Détermine trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout  $x \neq 0$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ . 0,5pt  
(b) Calcule les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. 1pt  
(c) Montre que la droite  $(\mathcal{D})$  d'équation  $y = x - 2$  est asymptote à la courbe  $(C_f)$ . 0,5pt
2. Montre que le point  $\Omega(0; -2)$  est centre de symétrie pour la courbe  $(C_f)$ . 0,5pt
3. Détermine la dérivée de la fonction  $f$  et dresse le tableau de variations de  $f$ . 0,75pt
4. Trace  $(\mathcal{D})$  et la courbe  $(C_f)$ . 0,75pt
5. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $g(x) = f(|x|)$ . On note  $(C_g)$  la courbe de  $g$ .  
(a) Etudie la parité de la fonction  $g$ , puis compare  $g(x)$  et  $f(x)$  pour  $x > 0$ . 0,5pt  
(b) Trace  $(C_g)$  sur le même graphique que  $(C_f)$ . 0,5pt

**EXERCICE 2 : (4 points)**

$ABCD$  est un carré de centre  $O$  et de sens direct tel que  $AB = 4cm$ . On désigne par  $r$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ ;  $t$  la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ ;  $h$  l'homothétie de centre  $C$  et de rapport  $\sqrt{3}$ . On pose  $\varphi = t \circ r$ .

1. Fais une figure que l'on complètera au fur et à mesure. 0,5pt
2. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de  $\varphi$ . 0,5pt
3. On considère la transformation  $f = \varphi \circ h$ .  
(a) Détermine l'image de  $C$  par  $f$ . 0,5pt  
(b) Donne la nature et les éléments caractéristiques de  $f$ . 0,5pt
4. Détermine et construis l'ensemble  $(\Gamma)$  des points  $M$  du plan tels que  $\frac{MD}{MC} = \sqrt{3}$ . 1pt
5. Soit  $\Omega$  le centre de  $f$ .

Montre que  $\Omega$  appartient à  $(\Gamma)$  et au cercle de diamètre  $[DC]$ ; détermine  $mes(\widehat{CD, C\Omega})$ . 1pt

**EXERCICE 3 : (2 points)**

Pour tout réel  $x$ , on pose  $A(x) = -1 + 2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$ .

1. Montre que pour tout réel  $x$ , on a :  $A(x) = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ . 0,5pt
2. Résous dans  $[0; 2\pi[$  l'équation  $(E)$  :  $A(x) = -1$ . 1pt
3. Place les points images des solutions de  $(E)$  sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

**EXERCICE 4 : (4 points)**

A) L'espace  $\mathcal{E}$  est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $2x + y + z - 2 = 0$  et  $\mathcal{S}$  l'ensemble des points  $M(x, y, z)$  de l'espace tels que  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 6z + 10 = 0$ .

1. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de  $\mathcal{S}$ . (On notera  $\Omega$  son centre). **0,75pt**
2. Détermine la distance de  $\Omega$  à  $\mathcal{P}$ . **0,25pt**
3. Détermine les coordonnées du point  $H$ , projeté orthogonal de  $\Omega$  sur  $\mathcal{P}$ . **0,5pt**
4. Détermine l'intersection de  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{P}$ . **0,5pt**

B)  $\mathbf{E}$  est un plan vectoriel dont une base est  $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ . Soit  $f$  l'endomorphisme de  $\mathbf{E}$  défini par  $f(\vec{i}) = 3\vec{i} - 2\vec{j}$  et  $f(\vec{j}) = \vec{i} + 4\vec{j}$ .

1. Ecris la matrice  $M$  de  $f$  dans la base  $\mathcal{B}$ . **0,25pt**
2. (a) Détermine le noyau de  $f$ ;  $f$  est-elle bijective? Justifie. **0,75pt**  
(b) Donne une base de l'image de  $f$ . **0,25pt**
3. Calcule  $M^2$  et déduis-en l'expression analytique de  $f \circ f$ . **0,75pt**

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)****SITUATION :**

**M. HASSAN** loue une maison à partir du **1<sup>er</sup> janvier 2020**. Il a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de **480.000 FCFA** et **M. HASSAN** s'engage à occuper la maison pendant neuf années complètes.

**Contrat N° 1** : Il accepte une augmentation annuelle de **5%** du loyer de l'année précédente ;

**Contrat N° 2** : Il accepte une augmentation annuelle forfaitaire de **30.000 FCFA** du loyer de l'année précédente.

Etant confronté au problème de fourniture en eau par la **CDE** dans cette maison, le bailleur de **M. HASSAN** décide de creuser un forage ; pour cela, il contacte l'entreprise en charge de le réaliser. Cette entreprise estime le coût d'un forage ainsi :

- ✓ Le premier mètre coûte **1000 FCFA** ;
- ✓ Le second mètre coûte **1050 FCFA** et chaque mètre supplémentaire coûte **50 FCFA** de plus que le précédent.

Le bailleur de **M. HASSAN** dispose d'une somme de **519.750 FCFA** allouée au forage.

**Tâches :**

1. Calcule la somme que paiera **M. HASSAN** à l'issue des **9** années avec le **contrat N° 1**. **1,5pt**
2. Calcule la somme que paiera **M. HASSAN** à l'issue des **9** années avec le **contrat N° 2**. **1,5pt**
3. Calcule la profondeur du forage si cette entreprise utilise toute la somme allouée au forage par le bailleur de **M. HASSAN**. **1,5pt**

**Présentation :****0,5pt**